

**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
Красноборская средняя общеобразовательная школа  
Агрызского муниципального района Республики Татарстан  
(МБОУ Красноборская средняя общеобразовательная школа)**

РАССМОТРЕНА  
на заседании МО  
Руководитель МО  
\_\_\_\_\_ /Н.М.Ишманова/  
Протокол от \_\_\_\_\_ 2022 г.  
№ \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДЕНА  
Директор школы  
\_\_\_\_\_ /С.А.Пономарева/  
Приказ от \_\_\_\_\_ 2022 г.  
№ \_\_\_\_\_

ПРИНЯТА  
на заседании Педагогического со-  
вета  
протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 2022 г

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ (ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ)  
ПРОГРАММА**

естественно-научной направленности  
**«Математика старшекласснику»**

Возраст обучающихся: 16 -18 лет (10-11 классы)  
Срок реализации программы: 2 года  
(1 час в неделю, 35 часов в год)

Составитель:  
Лукина Елена Михайловна, учитель математики,  
1 квалификационной категории,  
педагог дополнительного образования

Красный Бор, 2022 год

## 1.1. Актуальность и педагогическая целесообразность программы

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика старшекласснику» (далее – Программа) имеет *естественнонаучную направленность*.

Представленная программа предполагает решение дополнительных задач, многие из которых понадобятся при выполнении олимпиадных и творческих заданий. Программа ориентирована на учащихся старших классов (10-11), успешно овладевающих курсом математики средней школы.

При реализации программы используются различные образовательные технологии деятельностного типа, в том числе дистанционные образовательные технологии, электронное обучение.

### **Новизна программы**

Новизна программы – в практико-ориентированном комплексном подходе к выработке у обучающихся навыков решения заданий повышенного уровня в дополнение к имеющимся или получаемым знаниям по учебным предметам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия». Программа не заменяет, а качественно дополняет существующие в системе образования программы и формы работы с детьми в части формирования математической культуры.

В ходе реализации программы осуществляется разноуровневое обучение:

на 1-ом году обучения – *базовый уровень* (материал изучается в ознакомительном плане с рассмотрением простейших ситуаций),

на 2-ом году обучения – *углубленный уровень* (материал рассматривается более углубленно с рассмотрением различных аспектов).

### **Актуальность программы**

Математика - практически единственный учебный предмет, в котором задачи используются и как цель, и как средство обучения, а иногда и как предмет изучения. Ограниченность учителя временными рамками урока и временем изучения темы, нацеленность учителя и учащихся на достижение ближайших целей, к сожалению, мало способствует решению на уроке задач творческого характера, нестандартных задач, задач повышенного уровня сложности, при решении которых необходимы знания разделов математики, выходящих за пределы школьного курса.

Программа включает в себя основные разделы средней школы алгебре и началам анализа, а также планиметрии и стереометрии и ряд дополнительных вопросов, непосредственно примыкающих к этому курсу и углубляющего его по основным идейным линиям. Материал подобран таким образом, чтобы **углубить и расширить знания** учащихся по темам «Методы решения тригонометрических уравнений», «Методы решения неравенств», «Текстовые задачи прикладного содержания», «Уравнения, неравенства и их системы с параметром», «Избранные задачи по планиметрии», «Методы построения сечений в стереометрии». Все вышеперечисленные темы отражены в олимпиадных заданиях повышенного и высокого уровня сложности.

В программе более широко рассмотрены методы решения уравнений, неравенств и систем с модулями, с параметрами, методы построения сечений многогранников: параллельных и перпендикулярных заданным прямым, плоскостям. Также решаются иррациональные, тригонометрические неравенства, которые в базовом курсе идут в ознакомительном плане. Большое внимание уделяется решению текстовых задач с использованием свойств функций и с привлечением аппарата математического моделирования.

### **Педагогическая целесообразность**

Педагогическая целесообразность программы ориентирована на умелое использование естественной любознательности школьников для формирования устойчивого интереса к математике, через увлекательные и познавательные интерактивные формы учебной и творческой деятельности. Программа базируется на системе дидактических принципов, которые опреде-

ляют содержание, организационные формы и методы воспитательно-образовательного процесса: Программа базируется на системе дидактических принципов, которые определяют содержание, организационные формы и методы воспитательно-образовательного процесса:

- *приоритет интерактивных форм работы* – преобладание практики над теорией. Занятия по программе предполагают приоритет интерактивных форм работы с группой, когда все учащиеся оказываются вовлеченными в процесс познания. Педагог не выдает готовую информацию в виде лекции, а помогает группе найти и осмыслить ее в процессе совместной диалоговой работы. Все знания, полученные в ходе занятия, рассматриваются с точки зрения их практического применения в дальнейшей жизни ребенка.

- *акцент на активную позицию ребенка в процессе познания* – проведение занятий по всем модулям программы основаны на активной позиции ребенка в ходе всего процесса обучения. На занятиях задачей педагога является организация и координация процесса, в котором ключевую роль выполняют сами дети. Участники обращаются к своему социальному опыту, при этом им приходится вступать в коммуникацию друг с другом, совместно решать поставленные задачи. Активная позиция ребенка обеспечивает его эмоциональное включение в изучение материала, с одной стороны, и необходимость свободы на основе собственного опыта и в результате общения с другими – с другой.

- *использование современных информационно-коммуникационных технологий* - на занятиях предусмотрена работа с аудио- и видеосюжетами, использование мультимедийных презентаций. Выполнение заданий по некоторым темам предполагает возможность выхода в Интернет. Включение подобных современных информационно-коммуникационных технологий в процесс обучения позволяет разнообразить формы работы с группой, делать подачу учебного материала более яркой и интересной для восприятия, что улучшает усвоение материала.

– *принцип научности в сочетании с доступностью* – подразумевает применение современной терминологии в области математики, использование действующих нормативных документов;

– *принцип от простого к сложному* – каждая тема основывается на использовании знаний и опыта, полученных на предыдущих теоретических и практических занятиях, постоянно происходит усложнение материала, как в ходе каждого занятия, так и в процессе реализации программы в целом.

– *принцип наглядности* – для закрепления знаний активно используются конструирование, моделирование, контроль и диагностика осуществляются при помощи интерактивных тестов на основе визуального ряда.

### **Адресат программы**

Программа адресована обучающимся 16 – 17 лет. Предлагаемая программа направлена на повышение математического уровня знаний школьников и предназначена для учащихся 10-11 классов, желающих изучать математику на углубленном уровне.

### **Объём и срок освоения программы**

Продолжительность обучения по данной программе составляет 2 года в количестве 68 часов.

### **Формы и режим занятий**

Разработанный курс входит в образовательную область «математика» и представляет углублённое изучение теоретического материала укрупненными блоками (очно) и последующую детальную отработку навыков (заочно). Очные занятия проводятся в форме обзорных лекций, на которых сообщаются ранее неизвестные теоретические факты, обобщается и систематизируется материал школьных учебников. Проводятся семинары и практикумы по решению задач. После каждого аудиторного занятия для домашней работы выдаются задания, которые затем сдаются на проверку.

Режим занятий – один раз в неделю, продолжительность занятий – 45 минут.

Структура программы состоит из образовательных блоков: теория, практика, контроль. Все блоки предусматривают не только усвоение теоретических знаний, но и формирование практического опыта.

**Виды деятельности на занятиях:** лекция, беседа, практикум, консультация, работа с компьютером.

### **1.1. Цель и задачи программы**

**Цель** – расширение и углубление теоретических знаний и практических навыков обучающихся по курсу математики средней школы; развитие личности ребенка, способного к творческому самовыражению через овладение основами науки математики.

**Задачи:**

**образовательные:**

- формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- расширение и углубление курса математики;
- формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;

**развивающие:**

- формирование навыка работы с научной литературой, использования различных интернет-ресурсов;
- развитие ясности и точности мысли, критичность мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;

**воспитательные:**

- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

## **Содержание учебного плана 1 год обучения (34 часа)**

### **Тема 1. Уравнения. (10 часов)**

**Теория.** Методы решения тригонометрических уравнений. Способы отбора корней в тригонометрических уравнениях. Уравнения с параметрами. Системы уравнений с параметрами.

**Практика.** Решение тригонометрических уравнений, уравнений с параметрами, систем уравнений с параметрами. Три способа отбора корней в тригонометрических уравнениях. Графический способ решения уравнений с параметрами.

### **Тема 2. Неравенства. (9 часов)**

**Теория.** Обобщенный метод интервалов для решения неравенств. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Метод рационализации при решении неравенств.

**Практика.** Решение неравенств с модулями, иррациональных неравенств методом интервалов. Аналитический и графический методы решения неравенств. Использование метода рационализации и нестандартных методов решения неравенств повышенной сложности. Смешанные неравенства.

### **Тема 3. Текстовые задачи прикладного содержания. (7 часов)**

**Теория.** Этапы математического моделирования при решении текстовых задач. Аннуитетные и дифференцированные выплаты.

**Практика.** Задачи на движение по прямой и кругу. Задачи на смеси и сплавы. Задачи на целочисленные прогрессии. Экономические задачи. Приёмы банковских расчётов.

### **Тема 4. Многогранники. (6 часов)**

**Теория.** Многогранники и их элементы. Сечения многогранников. Углы и расстояния в многогранниках.

**Практика.** Построение сечений по трем заданным точкам, метод следов на плоскости. Решение задач на нахождение углов и расстояний в многогранниках.

**Итоговое занятие. (2 часа)**

## **2 год обучения (34 часа)**

### **Тема 1. Проценты. Простые и сложные проценты. (15 часов)**

**Теория.** Простые и сложные проценты. Формулы в задачах на концентрацию и процентное содержание. Функциональные зависимости с экономическим содержанием. Текстовые задачи экономического содержания. Методика решения задач на оптимизацию.

**Практика.** Решение задач на повышение и понижение цен на товары и услуги. Решение задач на начисление простых процентов за часть года; изменение годовых ставок простых процентов; капитализацию простых процентов; многократное начисление процентов в течение одного года; многих лет. Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание. Решение задач на оптимизацию.

### **Тема 2. Задачи с параметрами. (9 часов)**

**Теория.** Методы решения задач с параметрами. Неравенства с параметрами. Системы уравнений и неравенств.

**Практика.** Решение систем уравнений и неравенств с параметрами.

### **Тема 3. Многогранники. (5 часа)**

**Теория.** Правила построения сечений многогранников.

**Практика.** Метод координат при решении задач на нахождение углов между прямыми, прямой и плоскостью, между плоскостями, при нахождении расстояний между прямыми, между прямой и плоскостью.

### **Тема 4. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. (5 часов)**

**Теория.** Методика решения логарифмических и показательных неравенств.

**Практика.** Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. Метод рационализации при решении неравенств. Смешанные неравенства.

## **1.4 Планируемые результаты**

### ***Личностные, метапредметные и предметные результаты***

#### ***освоения программы дополнительного образования «Математика старшекласснику»***

##### **Личностные УУД:**

- потребность вникать в суть изучаемых проблем, ставить вопросы, затрагивающие основы знаний, личный, социальный, исторический, жизненный опыт;
- основы критического отношения к знанию, жизненному опыту;
- основы ценностных суждений и оценок;
- уважение к величию человеческого разума, позволяющего преодолевать невежество и предрассудки, развивать теоретические знания, продвигаться в установлении взаимопонимания между отдельными людьми и культурами;
- основы понимания принципиальной ограниченности знания, существования различных точек зрения, взглядов, характерных для разных социокультурных сред и эпох.

##### **Метапредметные УУД:**

- самоопределение в области познавательных интересов;
- умение искать необходимую информацию в открытом, неструктурированном информационном пространстве с использованием Интернета, цифровых образовательных ресурсов и каталогов библиотек;

- умение на практике применять уже имеющиеся знания;
- умение определять проблему как противоречие, формулировать задачи для решения проблемы;
- умение взаимодействовать в группе, работающей над исследованием проблемы или на конкретный результат;
- способность к согласованным действиям с учётом позиции другого;
- владение нормами и техникой общения;
- учёт особенностей коммуникации партнёра;
- повышение предметной компетенции подростков;
- расширение кругозора в различных областях;
- умение оперировать качественными и количественными моделями явлений;
- формирование умений организации системы доказательств и её критики;
- способность к согласованным действиям с учётом позиции другого;
- владение нормами и техникой общения;
- учёт особенностей коммуникации партнёра.
- строить логическое рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей;
- использовать адекватные языковые средства для отображения своих чувств, мыслей, мотивов и потребностей;
- осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач;
- осуществлять контроль по результату и способу действия;

#### Предметные УДД:

- приобретут опыт решения математических задач как особой формы учебной работы, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности;
- в ходе реализации исходного замысла на практическом уровне овладеют умением выбирать адекватные стоящей задаче средства, принимать решения, в том числе и в ситуациях неопределённости;
- получают возможность развить способность к разработке нескольких вариантов решений, поиску нестандартных решений, поиску и осуществлению наиболее приемлемого решения.

#### **По окончании изучения курса учащиеся**

##### **будут знать/понимать:**

- методы решения тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений;
- различные способы отбора корней в тригонометрических, показательных и логарифмических уравнениях;
- алгоритм обобщенного метода интервалов;
- алгоритмы методов решения всех типов неравенств;
- нестандартные приемы решения неравенств;
- этапы составления математической модели текстовой задачи прикладного характера;
- графический способ решения уравнений, неравенств и их систем, содержащих параметры;
- методы построения сечений многогранников;
- алгоритмы нахождения углов и расстояний в пространстве;
- различные формулы для вычисления площадей плоских фигур.

##### **будут уметь:**

- решать тригонометрические уравнения повышенной сложности различными методами;
- отбирать корни уравнений, принадлежащих заданному промежутку;
- решать неравенства с модулем, иррациональные неравенства,
- применять метод рационализации и нестандартные методы решения уравнений и неравенств;
- решать задачи на движение, смеси и сплавы
- решать задачи экономического содержания, задачи на вклады и банковские проценты;
- строить сечения многогранников;
- находить углы и расстояния в многогранниках;
- находить площади плоских фигур;
- использовать отношения в треугольниках при решении планиметрических задач.

**будет сформирована** устойчивая потребность в реализации математических знаний и умений в практической жизни; понимание красоты и изящества математических рассуждений.

### 1.3. Содержание программы

Таблица тематического планирования с учетом рабочей программы воспитания с указанием количества часов, отводимых на изучение каждой темы первого года обучения

№ п/	Название тем	Деятельность учителя по реализации программы воспитания		Количество часов			Формы аттестации/контроля
		Ключевые задачи воспитания	Виды и формы деятельности	всего	лекции	практика	
<b>1</b>	<b>Уравнения</b>	1. Установить доверительные отношения с учащимися, способствующие позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активной их познавательной деятельности. 2. Воспитывать культуру личности, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии. 3. Развивать логическое мышление, культуру речи, способность к умственному эксперименту. 4. Привлекать внимание школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения; 5. Использовать воспитательные возможности содержания учебного предмета через демонстрацию детям примеров ответственного, граждан-	День знаний	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>7</b>	
1.1	Методы решения тригонометрических уравнений		Всероссийская акция «Дни финансовой грамотности в учебных заведениях»	4	1	3	Беседа, педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
1.2	Способы отбора корней в тригонометрических уравнениях			3	1	2	Беседа, педагогическое наблюдение
1.3	Уравнения с параметрами		Всероссийский урок энергосбережения #Вместе ярче	2	1	1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, беседа, опрос, самостоятельная работа
1.4	Системы уравнений с параметрами		Организация участия школьников во Всероссийской олимпиаде	1		1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
<b>2</b>	<b>Неравенства</b>		Международный день школьных библиотек.	<b>9</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	
2.1	Обобщенный метод интервалов для решения неравенств			2	1	1	Опрос, беседа, педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
2.2	Неравенства с модулями		Организация участия школьников во Всероссийской олимпиаде.	1		1	Опрос, беседа, педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, самостоятельная работа
2.3	Иррациональные не-		Мероприятия ме-	2		2	Педагогическое наблюдение





5	Итоговое занятие			2		2	Коллективная рефлексия
	<b>Итого</b>			<b>34</b>	<b>7</b>	<b>27</b>	

### Второй год обучения

№ п/	Название тем	Деятельность учителя по реализации программы воспитания		Количество часов			Формы аттестации/контроля	
		Ключевые задачи воспитания	Виды и формы деятельности	всего	лекции	практика		
<b>1.</b>	<b>Проценты. Простые и сложные проценты</b>	1. Установить доверительные отношения с учащимися, способствующие позитивному восприятию учащимися требований и просьб учителя, привлечению их внимания к обсуждаемой на уроке информации, активной их познавательной деятельности.		День знаний	<b>15</b>	<b>4</b>	<b>11</b>	
1.1	Простые и сложные проценты	2. Воспитывать культуру личности, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии. 3. Развивать логическое мышление, культуру речи, способность к умственному эксперименту. 4. Привлекать внимание школьников к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организация их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания учащимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения; 5. Использовать воспитательные возможности содержания учебного		Всероссийская акция «Дни финансовой грамотности в учебных заведениях»	2	1	1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
1.2	Решение задач на повышение и понижение цен на товары и услуги				2	1	1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, самостоятельная работа
1.3	Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание.			Всероссийский урок энергосбережения #Вместе ярче	1		1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, тестирование
1.4	Функциональные зависимости с экономическим содержанием			Организация участия школьников во Всероссийской олимпиаде	4	1	3	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
1.5	Текстовые задачи экономического содержания			Международный день школьных библиотек.	2		2	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
1.6	Задачи на оптимизацию				4	1	3	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос, беседа, самостоятельная работа

<b>2.</b>	<b>Задачи с параметрами</b>	предмета через демонстрацию детям примеров ответственного, гражданского поведения, проявления человеколюбия и добросердечности, через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе; 6. Применять на уроке интерактивные формы работы учащихся: интеллектуальные игры, стимулирующие познавательную мотивацию школьников; дидактический театр, где полученные на уроке знания обыгрываются в театральных постановках; дискуссии, которые дают учащимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; групповая работа или работа в парах, которые учат школьников командной работе и взаимодействию с другими детьми.	Организация участия школьников во Всероссийской олимпиаде.	<b>9</b>	<b>5</b>	<b>14</b>	
2.1	Методы решения задач с параметрами		Мероприятия месячника гражданского и патриотического воспитания.	2	1	1	Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
2.2	Системы уравнений и неравенств с параметрами		День российской науки.	7	2	5	Беседа, коллективная рефлексия, тестирование
<b>3.</b>	<b>Многогранники</b>		Мероприятия месячника ЗОЖ «Здоровое поколение».	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
3.1	Многогранники. Сечения.	День славянской письменности и культуры.	1	1		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия	
3.2	Координатный метод нахождения расстояний	Международный день родного языка.	4	1	3	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия	
<b>4.</b>	<b>Логарифмические и показательные уравнения и неравенства</b>		<b>5</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия	
4.1	Логарифмические и показательные уравнения	Предметная неделя математики	1		1	Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа	
4.2	Логарифмические и показательные неравенства	День космонавтики	2	1	1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, тестирование	
4.3	Метод рационализации при решении неравенств	День Победы	1		1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, самостоятельная работа	

4.4	Смешанные неравенства			1		1	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
	<b>Итого</b>			<b>34</b>	<b>12</b>	<b>22</b>	

## 2.1. Таблица календарно-тематического планирования с учетом рабочей программы воспитания.

1 год обучения

№ п/п	Дата проведения занятия		Кол-во часов	Тема занятия	Деятельность учителя по реализации программы воспитания	Форма контроля
	По плану	Факт.				
1	06.06		1	Тригонометрические уравнения	День знаний	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
2	13.09		1	Общие методы решения тригонометрических уравнений	Международный день распространения грамотности	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
3	20.09		1	Практикум по решению тригонометрических уравнений		Беседа, коллективная рефлексия
4	27.09		1	Отбор корней тригонометрического уравнения		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
5	04.10		1	Отбор корней тригонометрического уравнения с помощью числовой прямой и числовой окружности	Безопасность на дорогах	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
6	11.10		1	Отбор корней тригонометрического уравнения с помощью неравенства		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
7	18.10		1	Уравнения с параметрами	День учителя	Беседа, коллективная рефлексия
8	25.10		1	Графический способ решения уравнений с параметрами		Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа

9	08.11		1	Системы уравнений с параметрами	Профилактика правонарушений	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
10	15.11		1	Графический способ решения систем уравнений с параметрами		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
11	22.11		1	Решение линейных и квадратных неравенств. Метод интервалов	Взаимодействие семьи и школы	Беседа, коллективная рефлексия
12	29.11		1	Решение рациональных неравенств. Метод интервалов		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
13	06.12		1	Неравенства с модулем. Аналитический метод.		Беседа, коллективная рефлексия
14	13.12		1	Неравенства с модулем. Графический метод.	День неизвестного солдата	Педагогическое наблюдение, беседа, коллективная рефлексия
15	20.12		1	Решение неравенств с модулем		Опрос, коллективная рефлексия самостоятельная работа
16	27.12		1	Иррациональные неравенства		Беседа, коллективная рефлексия
17	10.01		1	Решение иррациональных неравенств	Эстетическое воспитание. Все должно быть красиво	Педагогическое наблюдение, опрос, коллективная рефлексия
18	17.01		1	Метод рационализации при решении неравенств		Беседа, коллективная рефлексия самостоятельная работа
19	24.01		1	Смешанные неравенства		Беседа, коллективная рефлексия
20	31.11		1	Методы решения рациональных и иррациональных неравенств повышенной сложности	Час памяти «Блокада Ленинграда»	Педагогическое наблюдение, опрос, коллективная рефлексия
21	07.02		1	Задачи на движение по прямой и по кругу		Беседа, коллективная рефлексия
22	14.02		1	Задачи на смеси и сплавы.	День российской науки	Педагогическое наблюдение, опрос, коллективная рефлексия, самоанализ
23	21.02		1	Задачи на целочисленные прогрессии	День рождения числа ПИ	Опрос, беседа, педагогическое наблюдение
24	28.02		1	Банковские расчёты. Исторические факты. Приемы решения банковских задач		Беседа, педагогическое наблюдение, самоанализ
25	07.03		1	Аннуитетные платежи по кредиту		Опрос, педагогическое наблюдение, тестирование

26	14.03		1	Дифференцированные выплаты по кредиту		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
27	21.03		1	Решение банковских задач	Читаем с удовольствием	Опрос, беседа, педагогическое наблюдение
28	04.04		1	Многогранники. Элементы многогранников. Свойства различных видов многогранников	День космонавтики	Беседа, коллективная рефлексия
29	11.04		1	Построение сечений, метод следов на плоскости		Опрос, беседа, педагогическое наблюдение
30	18.04		1	Многогранники. Построение сечений по заданным условиям.		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
31	25.04		1	Вычисление площади сечения.	День мира и труда	Опрос, беседа, коллективная рефлексия
32	02.05		1	Решение задач на нахождение расстояния от точки до прямой, от прямой до плоскости.	День Победы	Педагогическое наблюдение, опрос, тестирование
33	16.05		1	Решение задач на нахождение углов между прямой и плоскостью, между плоскостями	Здоровое поколение	Опрос, коллективная рефлексия
34	23.05		1	Итоговое занятие.		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия

2 год обучения

№ п/п	Дата проведения занятия		Кол-во часов	Тема занятия	Деятельность учителя по реализации программы воспитания	Форма контроля
	По плану	Факт.				
1			1	Простые и сложные проценты	День знаний	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
2			1	Решение задач на многократное начисление простых процентов в течение одного года.	Международный день распространения грамотности	Педагогическое наблюдение, опрос, коллективная рефлексия

3			1	Решение задач на многократное начисление сложных процентов в течение нескольких лет.		Беседа, педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
4			1	Задачи «про цены». Решение задач на повышение и понижение цен на товары и услуги		Педагогическое наблюдение,
5			1	Решение задач на изменение годовых ставок процентов	Безопасность на дорогах	Педагогическое наблюдение, опрос, коллективная рефлексия
6			1	Решение задач на капитализацию процентов		Беседа, педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
7			1	Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание.	День учителя	Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
8			1	Технологические задачи на сплавы и смеси		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
9			1	Технологические задачи на процентное содержание.	Профилактика правонарушений	Педагогическое наблюдение, беседа, коллективная рефлексия
10			1	Функциональные зависимости с экономическим содержанием		Педагогическое наблюдение, тестирование
11			1	Линейная функция в экономике	Взаимодействие семьи и школы	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
12			1	Уравнение прямой в экономических расчётах		Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
13			1	Математика в реальности. Финансовые пирамиды		Педагогическое наблюдение, опрос, беседа
14			1	Практикум. Текстовые задачи экономического содержания	День неизвестного солдата	Коллективная рефлексия, педагогическое наблюдение
15			1	Задачи на оптимизацию		Коллективная рефлексия, опрос, самостоятельная работа
16			1	Практикум. Задачи на оптимизацию		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия
17			1	Задачи с параметрами	Эстетическое воспитание. Все должно быть красиво	Педагогическое наблюдение, беседа, коллективная рефлексия
18			1	Метод единственного решения		Педагогическое наблюдение, тестирование
19			1	Метод графического решения		Педагогическое наблюдение,

						коллективная рефлексия, опрос
20			1	Системы уравнений с параметром.	Час памяти «Блокада Ленинграда»	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
21			1	Системы уравнений с параметром. Графический метод решения		Педагогическое наблюдение, беседа, коллективная рефлексия
22			1	Системы с параметрами, имеющие ровно два решения	День российской науки	Самостоятельная работа
23			1	Системы с параметрами, имеющие единственное решение	День рождения числа $\pi$	Коллективная рефлексия
24			1	Системы с параметрами, не имеющие решения		Беседа, коллективная рефлексия
25			1	Системы с параметрами, имеющими более двух решений		Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
26			1	Системы с параметрами, имеющие различные решения		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
27			1	Многогранники. Сечения.	Читаем с удовольствием	Беседа, коллективная рефлексия
28			1	Координатный метод при решении задач на нахождение расстояния от точки до прямой и плоскости	День космонавтики	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, беседа
29			1	Координатный метод при решении задач на нахождение расстояния между прямой и плоскостью		Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
30			1	Показательные и логарифмические уравнения		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос
31			1	Обобщение методов решений показательных и логарифмических уравнений	День мира и труда	Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, беседа
32			1	Логарифмические неравенства	День Победы	Педагогическое наблюдение, самостоятельная работа
33			1	Показательные неравенства	Здоровое поколение	Коллективная рефлексия
34			1	Итоговое занятие		Педагогическое наблюдение, коллективная рефлексия, опрос



## 2.2. Условия реализации курса

### Материально-техническое обеспечение программы

Эффективность реализации Программы во многом зависит от подготовки помещения, материально-технического оснащения и учебного оборудования. Размещение учебного оборудования должно соответствовать требованиям и нормам СанПиНа и правилам техники безопасности. Аудиторные занятия проводятся в учебном кабинете математики, который оборудован классной доской, столами и стульями для учащихся и педагога, шкафами и стеллажами для хранения дидактических пособий и учебных материалов.

Для эффективности образовательного процесса необходимы:

\* техническое оборудование:

- компьютер;
- сканер;
- проектор;
- цветной принтер.

\* информационное обеспечение:

- доступ в сеть Интернет

### Методическое обеспечение

Занятия по данной программе состоят из практической и теоретической частей. Больше количество времени занимают практические занятия. Форму занятий можно определить как практикумы.

**Программно-методическое обеспечение** включает в себя:

- лекционные материалы
- разработки бесед, практических занятий, презентаций, исследований, игр, заочных экскурсий
- рекомендации по проведению исследовательских, самостоятельных работ; тестов.

### Кадровое обеспечение

Программа реализуется педагогом дополнительного образования, обладающим профессиональными знаниями в предметной области, знающим специфику дополнительного образования и имеющим практические навыки в сфере организации деятельности по подготовке учащихся к олимпиадам и конкурсам.

### 2.3. Формы аттестации/контроля

При реализации программы используется несколько видов диагностики:

Входящая диагностика проходит в форме беседы.

Текущая – проходит после изучения каждого раздела программы, предусматривает различные диагностические процедуры по усвоению программного материала и личностного развития учащихся: (тестирование, проверочное занятие, викторина, анализ творческих работ, наблюдение за динамикой становления личностных качеств обучающихся).

Итоговая диагностика по завершении первого, второго годов обучения проходит в форме тестирования и участия в коллективно-творческом деле.

В ходе обучения используются следующие формы контроля:

- беседа,
- опрос,
- педагогическое наблюдение,
- самоанализ,
- самостоятельная работа,
- тестирование,
- анкетирование,
- конкурсы, олимпиады, участие в предметной неделе.

### 2.4. Оценочные материалы

При оценивании образовательных результатов особая роль отводится диагностике, которая позволяет получить объективные данные об уровне развития, обученности и воспитанности ребенка. Для этого используются методы педагогической и психологической диагностики. К педагогической диагностике относится то, что выступает в качестве непосредственной цели обучения и воспитания, или то, что непосредственно связано со знаниями, умениями, навыками. Психологическая диагностика исследует особенности личности обучающегося. Для исследования личностного развития применяются психологические методы, анкетирование, опросники, тесты и т.д. (методика «Десять моих Я», «Неоконченные предложения» и т.д.). Для изучения организационно-волевых качеств используется опросник для самооценки терпеливости, тест самооценки силы воли; для изучения ориентационных качеств такие методики, как «Изучение самооценки», «Изучение сформированности образа «Я» и т.д. Межличностные отношения в коллективе позволяют отследить такие методики, как «Социометрия», «Психологическая атмосфера в коллективе» и т.д.

Уровень обученности определяется с помощью проведения проверки знаний, умений, навыков – тестирования, проведения творческих отчетов, защиты творческих работ, участия в конкурсах, выставках и др.

Уровень развития детей определяется с помощью психолого-педагогических методов: по результатам наблюдений, тестов, опросников, анкет.

Уровень воспитанности – по показателям развитости этической культуры, социально-психологических качеств с помощью анкет, тестов, опросников, наблюдений педагога, оценок товарищей и самооценок, участия в массовых мероприятиях и общественной жизни объединения.

Итоговая оценка развития качеств личности, теоретических и практических навыков по программе производится по трем уровням: минимальный, средний, максимальный.

### **Критерии оценивания образовательных результатов**

#### **1. Критерии оценки уровня теоретической подготовки обучающихся:**

- соответствие уровня теоретических знаний программным требованиям;
- широта кругозора;
- свобода восприятия теоретической информации;
- развитость практических навыков работы со специальной литературой;
- осмысленность и свобода использования специальной терминологии.

**минимальный уровень** - обучающийся овладел менее чем  $\frac{1}{2}$  объема знаний, предусмотренных программой;

**средний уровень** - объем усвоенных знаний составляет более  $\frac{1}{2}$ , предусмотренных программой;

**максимальный уровень** - обучающийся освоил практически весь объем знаний, предусмотренный программой;

#### **2. Критерии оценки уровня практической подготовки обучающихся:**

- соответствие уровня развития практических умений и навыков программным требованиям;
- свобода владения специальным оборудованием и оснащением;
- качество выполнения практического задания;
- технологичность практической деятельности.

**минимальный уровень** - обучающийся овладел менее чем  $\frac{1}{2}$  предусмотренных программой умений и навыков;

**средний уровень** - объем усвоенных умений и навыков составляет более  $\frac{1}{2}$ , предусмотренных программой;

**максимальный уровень** - владение практически всеми умениями и навыками, предусмотренными программой;

#### **3. Критерии оценки уровня развития творческих способностей и личностных качеств обучающихся:**

организационно-волевые качества - способность активно побуждать себя к практическим действиям, умение контролировать свои поступки, приводить к должному свои действия;

**минимальный уровень** - волевые усилия побуждаются извне;

**средний уровень** - волевые усилия побуждаются иногда самим ребенком;

**максимальный уровень** - волевые усилия побуждаются всегда самим ребенком.

ориентационные качества - способность оценивать себя адекватно реальным результатам, осознанное участие в освоении образовательной программы;

**минимальный уровень** - интерес к занятиям продиктован ребенку извне (взрослые, сверстники);

**средний уровень** - интерес периодически поддерживается самим ребенком;

**максимальный уровень** - интерес постоянно поддерживается ребенком самостоятельно.

- поведенческие качества - способность занять определенную позицию в конфликтной ситуации, умение воспринимать общие дела как свои собственные.

**минимальный уровень** - периодически провоцирует конфликты, избегает участия в общих делах;

**средний уровень** - сам старается в конфликтах не участвовать, участвует при побуждении извне;

**максимальный уровень** - пытается самостоятельно урегулировать возникающие конфликты, инициативен в общих делах.

- творческое отношение к выполнению практических заданий, уровень развития творческих способностей

**начальный** - репродуктивный уровень;

**средний** - способность удивляться и познавать, нацеленность на открытие нового;

**высокий** - оригинальность, нестандартность идей и поступков, умение находить решения в нестандартных ситуациях, генерирование идей).

Данные обрабатываются и переходят в статистические данные, позволяющие судить об эффективности образовательного процесса, как в целом, так и по каждому обучающемуся отдельно в объединении «Друзья дорожного движения» (см. Приложение 5).

Такой диагностический материал необходим для дальнейшей корректировки образовательного процесса.

## 2.5. Методические материалы

При организации образовательного процесса учитываются возрастные, психологические, физиологические, интеллектуальные особенности обучающихся.

При проведении занятий используются различные методы обучения:

**1. Словесные методы: беседы, лекции, круглые столы, дискуссии, индивидуальные собеседования и др.;**

**2. Наглядно-иллюстративные методы: демонстрация презентаций, учебных фильмов**

**3. Практические методы: решение проблемных задач, участие в конкурсах, олимпиадах**

Приоритет отдается *интерактивным формам работы (обучения)*, где ребенок находится не в роли пассивного наблюдателя, а является активным участником процесса обучения.

Интерактивное обучение - это, прежде всего, диалоговое обучение, в ходе которого осуществляется взаимодействие педагога и обучаемого.

Интерактивные методики не заменяют полностью лекционный материал, но способствуют его лучшему усвоению и, что особенно важно, формируют мнения, отношения, навыки поведения.

К методам интерактивного обучения относятся те, которые способствуют вовлечению в активный процесс получения и переработки знаний:

- «мозговой штурм» (атака);
- мини-лекция;
- работа в малых группах;
- различные виды игр (ролевые, моделирующие, деловые);
- игровые упражнения;
- приглашение визитера (гостя);
- инсценировка (моделирование) ситуаций;
- выступление в роли обучающего (тренера, эксперта);
- презентация;
- групповые дискуссии;

- интервью;
- просмотр и обсуждение фильмов (видеосюжетов);
- подготовка и проведение различных акций, мероприятий;
- обратная связь.

**Основными формами организации образовательного процесса** являются:

- **групповая форма обучения** создает хорошие предпосылки для здорового соперничества во время занятий, а также воспитывает чувство взаимопомощи, толерантного, уважительного отношения к окружающим (сверстникам) при выполнении практических заданий.
- **индивидуальная форма обучения** создает мотивацию к самообразованию, самостоятельной работе. Данная форма воспитывает у детей навыки самоконтроля, самоорганизации, самообучения, анализа собственных интересов и запросов при изучении программы, самостоятельного творческого подхода к решению уже поставленных задач или разработки собственного алгоритма действий.
- **фронтальная форма обучения** позволяет одновременно контролировать выполнение задания всеми обучающимися, общий уровень усвоения знаний в группе.

**В процессе обучения по программе используются следующие виды занятий:**

- учебное занятие – проводится в определенной системе, учитывающей возрастные особенности и дидактические принципы построения развивающего обучения;
- игровое занятие – представляет собой комплекс дидактических игр, способствующих закреплению знаний и навыков, полученных при изучении определенных тем;
- практическое занятие – цель таких занятий состоит в решении практической проблемы с использованием полученных теоретических знаний;
- интегрированное занятие – объединяет два или более предмета, планируется при изучении нового материала, закреплении или обобщении.
- экскурсии – форма организации занятия, объединяющая учебно-воспитательный процесс с реальной жизнью;
- занятие - зачет – проводится по завершению работы над крупной темой или разделом программы.

На занятии используются **различные педагогические технологии:**

**Технология развития критического мышления.** Ее цель – развитие критического мышления посредством интерактивного включения учащихся в образовательный процесс. Технология включает три этапа: «вызов – осмысление – рефлексия». Этап вызова позволяет актуализировать и обобщить имеющиеся у ученика знания по данной теме или проблеме; вызвать устойчивый интерес к изучаемой теме, мотивировать ученика к учебной деятельности; сформулировать вопросы, на которые хотелось бы получить ответы; побудить ученика к активной работе на занятии. Стадия осмысления позволяет ученику получить новую информацию; осмыслить ее; соотнести с уже имеющимися знаниями; искать ответы на вопросы, поставленные в первой части. На стадии рефлексии основным является: целостное осмысление, обобщение полученной информации; присвоение нового знания, новой информации учеником; формирование у каждого из учащихся собственного отношения к изучаемому материалу. На стадии рефлексии осуществляется анализ, творческая переработка, интерпретация изученной информации.

Особое внимание уделяется применению **лично-ориентированной технологии**, когда главной ценностью образовательного процесса выступает сам учащийся, его культура и творчество. В этом случае образование – это деятельность, которая охраняет и поддерживает детство и отрочество ребенка, сохраняет, передает и развивает культуру, создает творческую среду развития учащегося, подготавливает его к жизни в современном обществе, стимулирует индивидуальное и коллективное творчество.

Активно применяется на занятиях **технология коллективного взаимодействия**, суть которой заключается в следующем:

- учебная группа делится на подгруппы с целью решения определенных задач;
- каждая подгруппа получает определенное задание и выполняет его под руководством лидера группы;
- работа в подгруппе организуется таким образом, чтобы можно было оценить вклад каждого участника подгруппы в общее дело;
- составы подгрупп не являются постоянными;
- специально создаются ситуации, когда учащиеся самостоятельно принимают решение о помощи своим товарищам;
- в условиях участия в слетах и соревнованиях у каждого учащегося - своя собственная роль и ответственность, которые являются значимой частью общего коллективного дела и общей коллективной ответственности.

**В работе объединения используются информационные технологии.** На занятиях предусмотрена работа с аудио- и видеосюжетами, использование мультимедийных презентаций. Выполнение заданий по некоторым темам предполагает возможность выхода в Интернет. Включение подобных современных информационно-коммуникационных технологий в процесс обучения позволяет разнообразить формы работы с группой, делать подачу учебного материала более яркой и интересной для восприятия, что улучшает усвоение материала.

## 2.6.Список литературы

### Литература для учителя

1. Государственные образовательные стандарты
2. Примерная программа по математике основного(общего) образования.
3. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. М. 1993г
4. Горнштейн П.И., Полонский В.Т., Якир М.С. Задачи с параметрами. Москва-Харьков: «Илекса» «Гимназия» 2009.
5. Локоть В.В. Задачи с параметрами. Показательные и логарифмические уравнения, неравенства и системы. М.: АРКТИ 2005.
6. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа, 10-11 класс,(профильный уровень), 2 части, М.: Мнемозина 2007.
7. Яценко И.В. Контрольно-измерительные материалы 20015-2017. М.: Просвещение.
8. Готовимся к ЕГЭ. Математика. Диагностические работы в формате ЕГЭ 2016. Профильный уровень.-М.: МЦНМО, 2016
9. Беляева Э.С. Уравнения и неравенства с параметрами. В 2 ч. –М.: Дрофа, 2009
10. Электронные ресурсы:  
ФИПИ <http://www.fipi.ru>  
Решу ЕГЭ. Профильный уровень <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=237>  
4ЕГЭна100 <http://4egenal00.info/demo/demo.html>  
4ЕГЭ <http://4ege.ru/matematika/52133-kriterii-ocenivaniya-zadaniy-13-19.html>  
ЕГЭмаксимум <https://egemaximum.ru/9-prizma/>  
ЕГЭ и ЦТ <http://www.ctege.info>

## Литература для учащихся

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа, 10-11 класс,(профильный уровень), 2 части, М.: Мнемозина 2007.
  2. Ященко И.В. Контрольно-измерительные материалы 2015-2017. М.: Просвещение.
  3. Готовимся к ЕГЭ. Математика. Диагностические работы в формате ЕГЭ 2015. Профильный уровень.-М.: МЦНМО, 2016.
  4. Беляева Э.С. Уравнения и неравенства с параметрами. В 2 ч. –М.: Дрофа, 2009
  5. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Методы решения неравенств с одной переменной.
  6. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи).
  7. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Социально-экономические задачи
5. Электронные ресурсы:
- ФИПИ <http://www.fipi.ru>
- Решу ЕГЭ. Профильный уровень <https://math-ege.sdangia.ru/test?theme=237>
- 4ЕГЭна100 <http://4ege100.info/demo/demo.html>
- 4ЕГЭ <http://4ege.ru/matematika/52133-kriterii-ocenivaniya-zadaniy-13-19.html>
- ЕГЭмаксимум <https://egemaximum.ru/9-prizma/>
- ЕГЭ и ЦТ <http://www.ctege.info>

Дидактический и раздаточный материал занятий  
(для самостоятельного выполнения на занятиях)

**Линейные, квадратные, кубические уравнения**

1. Найдите корень уравнения:  $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$ .
2. Найдите корень уравнения  $(x - 10)^2 = (x + 4)^2$ .
3. Найдите корень уравнения:  $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$ .
4. Найдите корень уравнения:  $x^2 - 17x + 72 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.
5. Решите уравнение  $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$ .
6. Решите уравнение  $(x - 6)^2 = -24x$ .
7. Решите уравнение  $x^2 + 9 = (x + 9)^2$ .
8. Найдите корень уравнения  $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
9. Найдите корень уравнения  $(x - 1)^3 = 8$ .
10. Найдите корень уравнения  $(x - 1)^3 = -8$ .

**Тест по темам «Решение уравнений и их систем», «Решение неравенств и их систем» и «Решение уравнений, неравенств, систем неравенств с модулем».**

1. Решение какой из перечисленных систем изображено на рисунке 1?

А)  $\begin{cases} y - x - 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$

Б)  $\begin{cases} y + x - 1 = 0 \\ y^2 + x = 0 \end{cases}$

В)  $\begin{cases} x - 1 + y = 0 \\ y + x^2 = 0 \end{cases}$

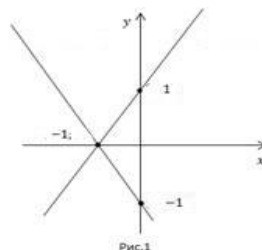


Рис.1

2. Решение какого из перечислен-

ных уравнений изображено на рисунке 2?



$$\text{A)} \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{6}{5} = 0$$

$$\text{Б)} \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{5} + \frac{6}{5} = 0$$

$$\text{В)} -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{5}x - \frac{6}{5} = 0$$

3. Решить графически уравнение

А) -1

Б) -1; 1

В) 1

Г) нет решений

4. Решите неравенство:  $-x^2 + 10x - 21 < 0$

А)  $x \in (-\infty; +\infty)$

Б)  $x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$

В)  $x \in (3; 7)$

5. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

А) (4;3) и (-3;-4)

$$2x^3 = x + 1.$$

Б) (-4;-3) и (-3;-4)

В) (4;-3) и (3;-4)

Г) (-4;3) и (-3;4)

6. Решите неравенство:  $|x^2 - 5x - 6| < x + 10$

А)  $(-2; -2) \cup (2; 8)$

Б)  $(-2; 2] \cap (2; 8]$

В)  $(-2; 2) \cup (2; 8)$

Г)  $(-2; 0) \cap (2; 8)$

7. Решите неравенство:  $|x^2 - 7x + 6| > x^2 + x - 2$

А)  $(-\infty; 1) \cap (1; 2)$

Б) (1; 2)

В)  $(-\infty; 1) \cup (1; 2)$

8. Решите уравнение:  $4x^3 - 11x + 3 = 0$

А) 1; 5;  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

Б)  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

В) нет решений

Г) 1,  $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

9. Решите уравнение:  $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

А) нет решений

Б)  $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

В) 1

Г) -1

10. Решить уравнение методом неопределенных коэффициентов:  $x^4 - 6x^3 + 6x^2 + 10x - 3 = 0$

А) -1; 3;  $2 \pm \sqrt{3}$

Б) -1; 3

В)  $2 \pm \sqrt{3}$

Г) нет решений

## Квадратные неравенства

### Вариант 1

A1. Решите неравенство:  $x^2 - 1 < 0$ .

1)  $x > 1$  2)  $x < -1$ ;  $x > 1$  3)  $-1 < x < 1$  4)  $x < -1$

A2. Решите неравенство:  $-x^2 - x + 12 > 0$ .

1)  $-4 < x < 3$  2)  $x < -4$ ;  $x > 3$  3)  $x > 3$  4)  $x < -4$

A3. Найдите сумму целых решений неравенства:  $\tilde{\delta}^2 - 14\tilde{\delta} + 49 \leq 0$

1) 0 2) 7; 3) -7; 4) 14.

A4. Выберите ответ, чтобы все три числа являлись решениями неравенства  $2\tilde{\delta}^2 - 3\tilde{\delta} - 2 \leq 0$ .

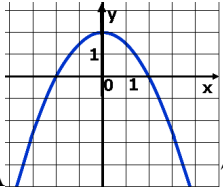
1) -1; 0; 1 2) -0,9; 1,9; 2 3) -0,25; 2; 2,5 4) -0,5; 1,5; 2.

A5. Сколько целых решений имеет неравенство  $(3x-1)(x+5) > 0$ .

1) 6 2) 2 3) 5 4) бесчисленное множество.

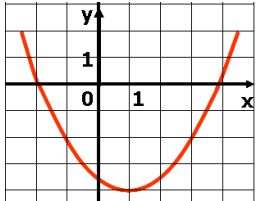
A6. Сколько целых решений имеет неравенство  $\frac{\tilde{\delta}+3}{\tilde{\delta}-5} \leq 0$

1) 6 2) 8 3) 9 4) бесчисленное множество.



А7. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите количество целых решений неравенства  $f(x) > 0$ .

- 1) 5 2) 3 3) 1 4) 2



А8. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите количество целых решений неравенства  $f(x) < 0$ .

- 1) 7 2) 2 3) 1 4) 5

А9. При каких значениях  $x$  выражение  $\sqrt{\tilde{\delta}^2 - \tilde{\delta} - 42}$  имеет смысл?

- 1)  $-6 < x < 7$  2)  $x < -6; x > 7$  3)  $-6 \leq \tilde{\delta} \leq 7$  4)  $\tilde{\delta} \leq -6; \tilde{\delta} \geq 7$

А10. Решите неравенство  $2\tilde{\delta}^2 - 3\tilde{\delta} + 9 \leq 0$

- 1) нет решений 2)  $x < -3; x > 9$  3)  $x$  – любое число 4)  $x < 0$

## Квадратные неравенства

### Вариант 2

A1. Решите неравенство:  $x^2 - 4 > 0$ .

1)  $-2 < x < 2$  2)  $x < -2; x > 2$  3)  $x > 2$  4)  $x < -2$

A2. Решите неравенство:  $2\tilde{d}^2 + 5\tilde{d} - 3 \leq 0$

1)  $-0,5 \leq \tilde{d} \leq 3$  2)  $\tilde{d} \leq -0,5; \tilde{d} \geq 3$  3)  $\tilde{d} \leq -3; \tilde{d} \geq 0,5$  4)  $-3 \leq \tilde{d} \leq 0,5$

A3. Найдите сумму целых решений неравенства:  $\tilde{d}^2 - 14\tilde{d} + 48 \leq 0$

1) 48 2) 7 3) 21 4) 14

A4. Выберите ответ, чтобы все три числа являлись решениями неравенства  $5\tilde{d}^2 - 8\tilde{d} - 4 \geq 0$

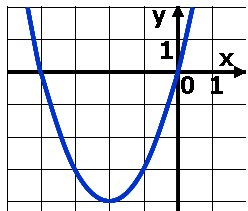
1) -1; 0; 2 2) -10,9; -1,9; -0,5 3) -0,5; 0; 2,5 4) -0,25; 1,5; 4

A5. Сколько целых решений имеет неравенство  $(x-11)(x-5) > 0$ ?

1) 6 2) 2 3) 5 4) бесчисленное множество.

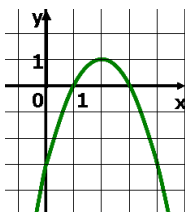
A6. Сколько целых решений имеет неравенство  $\frac{\tilde{d} - 2}{\tilde{d} - 10} \leq 0$

1) 8 2) 10 3) 9 4) бесчисленное множество.



A7. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите количество целых решений неравенства  $f(x) \leq 0$ .

- 1) 5 2) 3 3) 1 4) 2



A8. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите количество целых решений неравенства  $f(x) > 0$ .

- 1) 4 2) 2 3) 1 4) 3

A9. При каких значениях  $x$  выражение  $\sqrt{\delta^2 - 2\delta - 80}$  имеет смысл?

- 1)  $-8 < x < 10$  2)  $x < -8; x > 10$  3)  $-8 \leq \delta \leq 10$  4)  $\delta \leq -8; \delta \geq 10$

A10. Решите неравенство  $2\delta^2 - 2\delta + 7 > 0$

- 1) нет решений 2)  $x < -2; x > 7$  3)  $x$  – любое число 4)  $x < 0$

## Рациональные неравенства

1. Решите неравенство:  $\frac{x^2 - 6x + 8}{x - 1} - \frac{x - 4}{x^2 - 3x + 2} \leq 0.$

2. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{(x + 2)^2} + \frac{x^2 + 2x + 1}{(x - 3)^2} \leq \frac{(2x^2 - x + 5)^2}{2(x + 2)^2(x - 3)^2}.$$

3. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{(x + 1)^2} + \frac{x^2 + 6x + 9}{(x - 1)^2} \leq \frac{(2x^2 + x + 5)^2}{2(x^2 - 1)^2}.$$

4. Решите неравенство:  $(x^2 - 3, 6x + 3, 24)(x - 1, 5) \leq 0.$

5. Решите неравенство:  $\frac{1}{x - 1} + \frac{1}{2 - x} \leq 5.$

6. Решите неравенство:  $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}.$

7. Решите неравенство:  $\frac{2 - (x - 6)^{-1}}{5(x - 6)^{-1} - 1} \leq -0, 2.$

8. Решите неравенство:  $\frac{6}{x\sqrt{3} - 3} + \frac{x\sqrt{3} - 6}{x\sqrt{3} - 9} \geq 2.$

9. Решите неравенство:  $\left(\frac{10}{5x - 21} + \frac{5x - 21}{10}\right)^2 \leq \frac{25}{4}.$

10. Решите неравенство:  $(x^2 - 5, 6x + 7, 84)(x - 2, 5) \leq 0.$

11. Решите неравенство:  $\frac{1}{x - 2} + \frac{1}{3 - x} \leq 5.$

12. Решите неравенство:  $\frac{2x^2 - 2x + 1}{2x - 1} \leq 1.$

13. Решите неравенство:  $\frac{2x^2 - 6x + 5}{2x - 3} \leq 1.$

14. Решите неравенство:  $\frac{2x^2 - 6x}{x - 4} \leq x.$

15. Решите неравенство:  $\frac{2x^2 - 4x}{x - 4} \leq 0.$

16. Решите неравенство:  $\frac{2x^2 - 5x}{x - 3} \leq x$ .
17. Решите неравенство:  $\frac{(x - 1)^2 + 4(x + 1)^2}{2} \leq \frac{(3x + 1)^2}{4}$ .
18. Решите неравенство:  $\frac{(x + 1)^2 + 4(x - 1)^2}{2} \leq \frac{(3x - 1)^2}{4}$ .
19. Решите неравенство:  $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x} + \frac{7x - 19}{x - 3} \leq \frac{8x + 1}{x}$ .
20. Решите неравенство:  $\frac{x^4 - 5x^3 + 3x - 25}{x^2 - 5x} \geq x^2 - \frac{1}{x - 4} + \frac{5}{x}$ .
21. Решите неравенство:  $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 1} \leq \frac{x - 9}{x - 1} + \frac{2}{x - 3}$ .
22. Решите неравенство:  $x^2 - 3x + 1 - \frac{x^3 + x^2 + 3x - 21}{x} \geq 3$ .
23. Решите неравенство:  $x^3 + 6x^2 + \frac{28x^2 + 2x - 10}{x - 5} \leq 2$ .
24. Решите неравенство:  $\frac{2}{0,5x\sqrt{5} - 1} + \frac{0,5x\sqrt{5} - 2}{0,5x\sqrt{5} - 3} \geq 2$ .
25. Решите неравенство:  $\left(\frac{2}{x - 4} + \frac{x - 4}{2}\right)^2 \leq \frac{25}{4}$ .
26. Решите неравенство:  $\left(\frac{2}{25x^2 - 10x - 8} + \frac{25x^2 - 10x - 8}{2}\right)^2 \geq 4$ .
27. Решите неравенство:  $\frac{x^5 - x^2}{x^2} \geq \frac{x^3 - 1}{4x^2}$ .
28. Решите неравенство:  $\frac{1}{x + 1} + \frac{2}{x + 2} - \frac{6}{x + 3} \geq 0$ .
29. Решите неравенство:  $x^2 + (2 - \sqrt{15})x - 2\sqrt{15} \leq 0$ .
30. Решите неравенство:  $x\sqrt{8} - 7x + 14\sqrt{8} > 57$ .



## Неравенства с модулем

1. Решите неравенство

$$((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}.$$

2. Решите неравенство

$$((-x+1)^{-1} - (-x+4)^{-1})^2 \leq \frac{|x^2 + 6x|}{(x^2 - 5x + 4)^2}.$$

3. Решите неравенство:  $25x^2 - 3|3 - 5x| < 30x - 9.$

4. Решите неравенство:  $25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64.$

5. Решите неравенство:  $3|x + 3| - 3x \leq 14 - |2 - x|.$

6. Решите неравенство:  $3|x + 1| + \frac{1}{2}|x - 2| - \frac{3}{2}x \leq 8.$

7. Решите неравенство:  $3x - |x + 8| - |1 - x| \leq -6.$

8. Решите неравенство:  $|x + 2| - x|x| \leq 0.$

9. Решите неравенство:  $\left| 2x^2 + \frac{19}{8}x - \frac{1}{8} \right| \geq 3x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}.$

10. Решите неравенство:  $\left| x^2 - \frac{29}{12}x - \frac{35}{12} \right| \geq 2x^2 - \frac{61}{12}x - \frac{19}{12}.$

11. Решите неравенство:  $\left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{x-1,2} + \left| \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \right|^{1,2-x} \leq 2.$

12. Решите неравенство:  $|2x - 6|^{x+1} + |2x - 6|^{-x-1} \leq 2.$

13. Решите неравенство  $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}.$

## Иррациональные неравенства

1. Решите неравенство  $\left( 2x + 1 - \frac{6}{x} \right) \left( \frac{28}{x+2} - 2 + (\sqrt{-3-2x})^2 \right) \geq 0.$

2. Решите уравнение  $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 4.$

3. Решите уравнение  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$ .

4. Решите неравенство  $\left(x + \frac{3}{x}\right) \left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2 \geq 4 \left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2$ .

5. Решите неравенство

$$\left(x + \frac{4}{x}\right) \left(\frac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2 \geq 5 \left(\frac{\sqrt{x^2-8x+16}-1}{\sqrt{6-x}-1}\right)^2$$

6. Решите неравенство  $\sqrt{7-x} < \frac{\sqrt{x^3-6x^2+14x-7}}{\sqrt{x-1}}$ .

7. Решите неравенство  $\frac{1}{6x^2-5x} \geq \frac{1}{\sqrt{6x^2-5x+1}-1}$ .

8. Решите неравенство  $\sqrt{5-x} < \frac{\sqrt{x^3-7x^2+14x-5}}{\sqrt{x-1}}$ .

9. Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2-2x+1}-\sqrt{x^2+x}}{x^2+x-1} \leq 0$ .

10. Решите неравенство:  $(x^2-x-6) \cdot \sqrt{8-x} \leq 0$ .

11. Решите неравенство:  $\sqrt{x^2+22} \leq 5$ .

12. Решите неравенство:  $\sqrt{x^2+34} \geq 6$ .

13. Решите неравенство:  $\left(\frac{x+5}{4+x} - \frac{1}{x^2+9x+20}\right) \sqrt{-7x-x^2} \geq 0$ .

14. Решите неравенство  $\frac{x}{x^2+3} \leq \frac{1}{4}x^{-1}$ .

15. Решите неравенство  $\left(\frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{x-4}{3-x}\right) \sqrt{6x-x^2} \leq 0$ .

16. Решите неравенство  $\left(2x-3-\frac{5}{x}\right) \left(\frac{14}{x+1} + 2 + (\sqrt{-1-2x})^2\right) \geq 0$ .

### Задачи на проценты, сплавы и смеси

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?
2. В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
3. Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?
4. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
5. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.
6. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
7. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
8. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
9. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
10. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?
11. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?
12. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
13. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?
14. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

15. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7700 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Еще ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 847 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?

### Задачи на движение по окружности

1. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?
2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
3. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.
4. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?
5. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяженностью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришел раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.

### Банки, вклады, кредиты

1. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определенную сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?
2. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5%, затем 12%, потом  $11\frac{1}{9}\%$  и, наконец, 12,5% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма увеличилась на  $104\frac{1}{6}\%$ . Определите срок хранения вклада.
3. Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.
4. В одной стране в обращении находилось 1 000 000 долларов, 20% из которых были фальшивыми. Некая криминальная структура стала ввозить в страну по 100000 долларов в месяц, 10% из которых были фальшивыми. В это же время другая структура стала вывозить из стра-

ны 50 000 долларов ежемесячно, из которых 30% оказались фальшивыми. Через сколько месяцев содержание фальшивых долларов в стране составит 5%?

**5.** Банк планирует вложить на 1 год 30% имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината, а остальные 70% — в строительство торгового комплекса. В зависимости от обстоятельств первый проект может принести банку прибыль в размере от 32% до 37% годовых, а второй проект — от 22 до 27% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в покупку акций и строительство торгового комплекса может при этом получить банк.

**6.** В банк был положен вклад под банковский процент 10%. Через год хозяин вклада снял со счета 2000 рублей, а еще через год снова внес 2000 рублей. Однако, вследствие этих действий через три года со времени первоначального вложения вклада он получил сумму меньше запланированной (если бы не было промежуточных операций со вкладом). На сколько рублей меньше запланированной суммы получил в итоге вкладчик?

**7.** При рытье колодца глубиной свыше 10 м за первый метр заплатили 1000 руб., а за каждый следующий на 500 руб. больше, чем за предыдущий. Сверх того за весь колодец дополнительно было уплачено 10 000 руб. Средняя стоимость 1 м оказалась равной 6250 руб. Определите глубину колодца.

**8.** Семья Ивановых ежемесячно вносит плату за коммунальные услуги, телефон и электричество. Если бы коммунальные услуги подорожали на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 35%. Если бы электричество подорожало на 50%, то общая сумма платежа увеличилась бы на 10%. Какой процент от общей суммы платежа приходится на телефон?

**9.** Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

**10.** Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2 %, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна вернёт банку в течение первого года кредитования?

**11.** 1 марта 2010 года Аркадий взял в банке кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 1 марта каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Аркадий переводит в банк платеж. Весь долг Аркадий выплатил за 3 платежа, причем второй платеж оказался в два раза больше первого, а третий – в три раза больше первого. Сколько рублей взял в кредит Аркадий, если за три года он выплатил банку 2 395 800 рублей?

**12.** Миша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Миша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

**13.** В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:  
— каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;  
— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69690821 рубль.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

**14.** Близнецы Саша и Паша положили в банк по 50 000 рублей на три года под 10% годовых. Однако через год и Саша, и Паша сняли со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег. Еще через год каждый из них снял со своего счета соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей. У кого из братьев к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег? На сколько рублей?

**15.** Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

**16.** Василий кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая сумма будет на счете у Василия через 4 года?

**17.** Анатолий решил взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита.

По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами (аннуитетные платежи).

По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какую схему выгоднее выбрать Анатолию? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

**18.** В начале года  $\frac{5}{6}$  некоторой суммы денег вложили в банк А, а то, что осталось — в банк Б. Если вклад находится в банке с начала года, то к концу года он возрастает на определённый процент, величина которого зависит от банка. Известно, что к концу первого года сумма вкладов стала равна 670 у. е., к концу следующего — 749 у. е. Если первоначально  $\frac{5}{6}$  суммы было бы вложено в банк Б, а оставшуюся вложили бы в банк А, то по истечении одного года сумма выросла бы до 710 у. е. Определите сумму вкладов по истечении второго года в этом случае.

**19.** В банк помещена сумма 3900 тысяч рублей под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

**20.** Фермер получил кредит в банке под определённый процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк  $\frac{3}{4}$  от всей суммы, которую он должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

**21.** В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составила  $x$  % годовых, тогда как в январе 2001 года —  $y$  % годовых, причем известно, что  $x + y = 30\%$ . В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение  $x$  при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

**22.** В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена барреля сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов боль-

ше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

**23.** Транснациональная компания Amako Inc. решила провести недружественное поглощение компании First Aluminum Company (FAC) путем скупки акций миноритарных акционеров. Известно, что Amako было сделано три предложения владельцам акций FAC, при этом цена покупки одной акции каждый раз повышалась на  $1/3$ . В результате второго предложения Amako сумела увеличить число выкупленных акций на 20% (после второй скупки общее число выкупленных акций увеличилось на 20%), а в результате скупки по третьей цене — еще на 20%. Найдите цену третьего предложения и общее количество скупленных акций FAC, если начальное предложение составляло \$27 за одну акцию, а по второй цене Amako скупила 15 тысяч акций.

**24.** Два брокера купили акции одного достоинства на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они продали часть акций на сумму 3927 р. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй 80% своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером. На сколько процентов возросла цена одной акции?

**25.** Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $2t$  единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $5t$  единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей. Владимиру нужно каждую неделю производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придется тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

**26.** Баба Валя, накопив часть своей пенсии, решила улучшить свое материальное положение. Она узнала, что в Спёрбанке от пенсионеров принимают вклады под определенный процент годовых и на этих условиях внесла свои сбережения в ближайшее отделение Спёрбанка. Но через некоторое время соседка ей рассказала, что недалеко от той местности, где проживают пенсионеры, есть коммерческий банк, в котором процент годовых для пенсионеров-вкладчиков в 20 раз выше, чем в Спёрбанке. Баба Валя не доверяла коммерческим банкам, но стремление улучшить свое материальное положение взяло верх. После долгих колебаний и ровно через год после открытия счета в Спёрбанке Баба Валя сняла половину образовавшейся суммы от ее вклада, заявив: «Такой навар меня не устраивает!» И открыла счет в том коммерческом банке, о котором говорила ее соседка, не теряя надежды на значительное улучшение своего материального благосостояния. Надежды оправдались: через год сумма Бабы Вали в коммерческом банке превысила ее первоначальные кровные сбережения на 65%. Сожалела Баба Валя, что год назад в Спёрбанке сняла не всю сумму, а лишь половину, однако, подумала: «А где же мы не теряли?..» Гендиректор коммерческого банка оказался хорошим: не оставил Бабу Валу без навару! А каков в Спёрбанке процент годовых для пенсионеров?

### Задачи на прогрессии

**1.** Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

**2.** Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

- 3.** Васе надо решить 434 задачи. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.
- 4.** Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.
- 5.** Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.
- 6.** Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.
- 7.** Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.
- 8.** Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?
- 9.** Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?